PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
PAMUKKALE UNIVERSITY ENGINEERING COLLEGE
MÜHENDİSLİK BİLİMLERİ DERGİSİ
JOURNAL OF ENGINEERING SCIENCES
YIL : 2003
CİLT : 9
SAYI : 2
SAYFA : 215-222

YAPI SİSTEMLERİNİN DOĞRUSAL OLMAYAN ÇÖZÜMLEMESİ İÇİN BİR BİLGİSAYAR PROGRAMI

Turgay ÇOŞGUN
İstanbul Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 34850, Avcılar/İstanbul

Geliş Tarihi : 05.09.2002

ÖZET

Yapı elemanlarının doğrusal olmayan davranışlarını inceleyen teorik ve deneysel çalışmalarda elde edilen önemli sonuçlar, yapı sistemlerinin dış etkiler altında gerçek davranışlarının daha yakından izlenmesine olanak sağlamaktadır. Bu gelişmelerin değerlendirilerek yapıların göçme yükü esasına göre boyutlandırılmaları için, yapı elemanlarının doğrusal olmayan davranışı ile geometrik değişimlerinin doğrusal olmayan etkilerini birlikte göz önüne alan hesap yöntemlerinin geliştirilmesi gerekmektedir. Yapılan çalışmada, yapı sistemlerinin; artan yükler altında malzeme davranışının doğrusal olmaması durumu (Bünye denklemleri olan Gerilme- Şekil değiştirme ve Moment- Eğrilik bağıntılarının doğrusal olmaması) ile ikinci mertebe etkilerini de göz önüne alarak hesaplanması ve göçme yüklerinin bulunması amacıyla bir bilgisayar programı geliştirilmiştir.

Anahtar Kelimeler : Doğrusal olmayan analiz, Göçme yükü, Uzay çerçeveler

A COMPUTER PROGRAMME FOR THE NON-LINEAR ANALYSIS OF COMPLETE STRUCTURES

ABSTRACT

The progress made on the analysis of the structures by using non-linear theory and the significant findings on both theorical and empirical works, enable better understanding of the behaviours of structures under external loads. Determination of the failure load and designing the structures accordingly requires developments of analysis methods, which take both the non-linear behaviour of structural elements and the non-linear effects of geometric changes into consideration. Therefore, in this study, a FORTRAN code, which analyses structures and calculates the failure loads by considering the non-linear behaviour of materials under increasing loads (due to the non-linear relationship of stress-strain and moment-curvature) and second-order theory of structural systems is developed.

Key Words : Non-linear analysis, Failure load, Space frame

1. GİRİŞ

Son 30 yıl içinde bilgisayarlarda ve kullanım sahalarında sağlanan gelişmeler daha genel doğrusal olmayan hesap yöntemlerinin geliştirilmesine ve pratikte kullanılmasına olanak sağlamıştır. Bu nedenledir ki araştırmacılar yüksek dereceden doğrusal olmayan davranış gösteren yapı sistemlerine eğilmişler ve bu alanda büyük aşamalar kaydedilmiştir.

Yapı sistemlerinin doğrusal olmayan teoriye göre hesabı alanında meydana gelen gelişmelerin yanında, yapı elemanlarının doğrusal olmayan davranışlarını inceleyen teorik ve deneysel çalışmalarda elde edilen önemli sonuçlar, yapıların

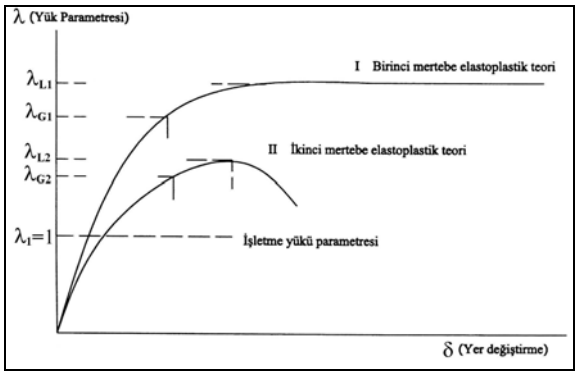
dış etkiler altındaki gerçek davranışlarının daha yakından izlenmesine olanak sağlamaktadır.

Bu olanağın değerlendirilerek yapıların gerçek göçme güvenliklerinin belirlenmesi ve göçme yükü esasına göre boyutlandırılmaları, malzemenin doğrusal olmayan davranışını ve geometrik değişimlerinin doğrusal olmayan etkilerini birlikte göz önüne alan hesap yöntemlerinin geliştirilmesini gerektirmektedir. Bir yapı sisteminin dış etkiler altındaki davranışının doğrusal olmaması genel olarak iki sebepten ileri gelmektedir (Girgin, 1996).

a) Malzemenin iç kuvvet-şekil değiştirme bağıntılarının doğrusal olmaması,
b) Geometri değişimlerinin etkisi nedeniyle denge denklemlerinin doğrusal olmaması.

Malzemenin doğrusal olmayan davranışının göz önüne alındığı teoriye elastoplastik teori, geometri değişimlerinin denge denklemlerine etkisinin göz önüne alındığı teoriye ikinci mertebe teorisi, doğrusal olmayan her iki etkinin birlikte göz önüne alındığı teoriye de ikinci mertebe elastoplastik teori denilmektedir.

Yapı sistemlerinin elastoplastik (sadece malzemenin doğrusal olmayan davranışının göz önüne alınması) hesabı ile elde edilen yük faktörü (λ) –yer değiştirme (δ) ilişkisi Şekil 1'de (I) eğrisi olarak verilmiştir. İkinci mertebe elastoplastik teori ile elde edilen benzer ilişki (II) eğrisi ile gösterilmiş olup ikinci mertebe etkileri ve artan yükler altında yer değiştirmeler hızla artmakta sistem daha düşük yük faktörü altında göçmektedir.



Şekil 1. Yük parametresi- yer değiştirme (P-δ) bağıntıları

Gerçek davranışın göz önüne alınmasını kapsayan doğrusal olmayan analiz ile uygulamada aşağıdaki gibi yararlanılabilir.

a) Yapı sistemlerinin göçme güvenliği belirlenebilecektir. Yük parametresi- yer değiştirme bağıntısı ile göçme yükü bulunarak, bu yükün işletme yüküne oranı ile göçme güvenliği saptanacaktır. Bu sayede yapı sistemlerinin belirli bir güvenliğe sahip olup olmadığı belirlenecektir.
b) Yapılar göçme yükü esasına göre boyutlandırılması yapılabilecektir. Bunun için öncelikle yapının boyutları tahmin edilmektedir. Çözüm yeterli bir güvenlik ve ekonomi sağlanıncaya kadar ardışık yaklaşımla devam etmektedir.

2. YÖNTEMİN ESASI

Yapılan çalışmada, plastik mafsalların çerçeve çubuk elemanının uç noktalarında meydana geldiği, diğer bölgelerde sistemin lineer- elastik davrandığı varsayılmaktadır. Yapı sistemini oluşturan çubuk elemanlarının eksenel kuvvetlerinin başlangıçta sıfır olduğu kabul edilmekte ($\rho = 0$ olduğundan ϕ fonksiyonları bire eşit olmakta ve rijitlik matrisi 1. Mertebe rijitlik matrisi haline gelmektedir) ve sistem lineer elastik olarak çözülmektedir. Çözüm ile bulunan normal kuvvetler kullanılarak çubuk rijitlik matrisleri ϕ fonksiyonları yardımıyla yeniden oluşturulmakta ve yapı tekrar çözülerek çubuk uç kuvvetleri hesaplanmaktadır. Böylece yapı sisteminin çözümünde II. Mertebe etkileri hesaba katılmaktadır (Majid, 1972; Majid, 1978).

Yapı sisteminde artan dış yüklerden dolayı herhangi bir çubuk eleman kesitindeki uç kuvvetler, akma şartının belirlediği sınır durumlara ulaşmakta ve o kesitte plastik mafsal meydana gelmektedir. Yüklemenin artışı ile, bu kesitteki moment değeri M_p olarak kalmakta ve yapıyı oluşturan diğer çubuk elemanların uçlarında ise plastik mafsallar oluşmaya devam etmektedir. Her plastik mafsal oluşumundan sonra, o düğüm noktasındaki θ_A dönmesine ilave olarak üç adet $\theta_{hx}, \theta_{hy}, \theta_{hz}$ plastik mafsal dönmeleri eklenmektedir. Düğüm noktası denge denklemi, her plastik mafsal oluşumu sonrası ilave serbestliklerin denklem takımına eklenmesi ile yeniden oluşturulmaktadır. Dolaysıyla her plastik mafsal oluşumunda yapının yeniden çözümlenmesine gerek duyulmaktadır. Her plastik mafsalın meydana gelişi yapının toplam rijitliğini azaltmakta ve herhangi bir aşamada yapının $\underline{K}$ sistem rijitlik matrisinin determinantı negatif bir değer almaktadır. Bu durum yapıda göçmenin meydana geldiğini ifade eder. Önerilen yöntem ile uzay çerçeve çubuk sisteminin ikinci mertebe teorisine göre elasto-plastik hesabı ve göçme

yüklerinin belirlenmesi, plastikleşen kesitlerdeki plastik mafsal dönmelerinin ilave bilinmeyen olarak denklem takımına ilave edilmesi ve bu denklem sisteminin çözümü ile yapılabilmektedir (Jennings and Majid, 1965; Çelik, 1977).

Yapılan çalışmada esas alınan yöntem; bir taraftan stabilite fonksiyonlarını kullanarak normal kuvvetlerin elemanın rijitliği üzerindeki etkisini, diğer taraftan da her plastik mafsalın meydana gelişinde rijitlik matrisini sistematik olarak değiştirerek plastik mafsalların etkisini göz önüne alan, bir matris - yer değiştirme yöntemidir.

2. 1. Akma Şartının Belirlenmesi

İdeal elastoplastik malzemeden yapılmış çubuklardan oluşan sistemlerde, dış yüklerin artması ile kesit tesirleri, artarak akma şartının belirlendiği sınır durumlara ulaşmakta ve kesitin taşıma kapasitesi sona ererek büyük yer değiştirmeler meydana gelmektedir.

Uzay çerçeve çubuk elemanlarda, altı adet bağımsız uç kuvveti olduğundan genel anlamda akma şartı bu uç kuvvetlerine bağlı olarak;

$$K(M_x, M_y, M_z, N, T_y, T_z) = 0 \qquad (1)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada N; eksenel kuvveti, M_x; burulma momentini, M_y ve M_z çubuk elemanın y ve z eksenleri etrafındaki eğilme momentlerini, T_y, T_z kesme kuvvetlerini ifade etmektedir. Sistem özelliklerine ve yüklemenin şekline bağlı olarak uç kuvvetlerden bazılarının, akma şartına etkileri terkedilebilecek mertebede olabilir. Genelde uygulamada görüldüğü üzere, burulma momentinin ve T_y, T_z kesme kuvvetlerinin akma koşuluna etkilerinin terkedilebildiği uzay çubuk sistemlerde herhangi bir kesite ait akma şartı;

$$K(M_y, M_z, N) = 0 \qquad (2)$$

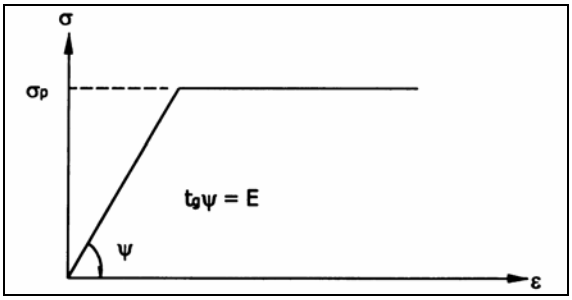
şeklinde yazılabilir. Basit kesit şekilleri için akma şartını ifade eden bağıntılar analitik olarak elde edilebilir. Eğik eğilme, burulma ve normal kuvvet etkisindeki çubuklarda akma şartının alt sınırını veren bağıntı (Çakıroğlu ve Özer, 1980).

$$K_1\left(\frac{M_y}{M_{yp}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{M_x}{M_{xp}}\right)^2}}, \frac{M_z}{M_{zp}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{M_x}{M_{xp}}\right)^2}}, \frac{N}{N_p\cdot\sqrt{1-\left(\frac{M_x}{M_{xp}}\right)^2}}\right) = 0 \qquad (3)$$

olarak verilmektedir. Bağıntıda N_p, kesitin eksenel kuvvet taşıma kapasitesini, M_{yp}, M_{zy} kesitin eğilme momenti taşıma kapasitesini (plastik momentleri), M_{xp} plastik burulma momentini ifade etmektedir.

3. YAPILAN VARSAYIMLAR

Yapı sistemlerinin artan yükler altında malzemenin doğrusal olmaması ve ikinci mertebe etkilerini göz önüne alarak, hesaplanması ve göçme yüklerinin bulunması için yapılan analizde göz önünde tutulan varsayımlar aşağıda sıralanmıştır. Eğik eğilme, burulma ve normal kuvvet etkisindeki çubuk elemanlarda gerilme-şekil değiştirme bağıntılarının Şekil 2'de gösterildiği gibi iki doğru parçasından oluşacak şekilde idealize edilebileceği varsayılmaktadır.



Şekil 2. Gerilme-Şekil değiştirme bağıntısı

1. Plastik mafsalların, çubuk elemanının uç noktalarında meydana geldiği kabul edilmekte, plastik mafsal bölgesinin uzunluğu hesaplarda göz önüne alınmamaktadır.
2. Akma koşullarının eğilme momentlerine, burulma momenti ve normal kuvvete bağlı olduğu kabul edilmiştir. Kesme kuvvetlerinin etkisi ihmal edilmiştir.
3. Yapı sistemlerinde ileri yükleme aşamalarında çubuk elemanlarının üzerine etkiyen normal kuvvet, burkulma yüküne yaklaşmakta ve yer değiştirmeler çok artmaktadır. Şekil değiştirmelerin büyük olması nedeni ile denge denklemlerinin şekil değiştirmiş sistem üzerinde yazmak gerekmektedir. Yapılan çalışmada; çubuk eleman rijitliğinin; üzerine etkiyen normal kuvvetin değerine bağlı olarak değişimi stabilite fonksiyonları adı verilen boyutsuz fonksiyonlar ile tanımlanmakta ve buna göre hesaplamalar yapılmaktadır.
4. Çubuk elemanlarının doğru eksenli, sabit enkesitli elemanlar olduğu ve normal kuvvetin çubuk ekseni boyunca sabit kaldığı kabul edilmektedir.
5. Düzlem kesitler sistem şekil değiştirdikten sonra da düzlem kalırlar.

6. Benzer şekilde üzerinde karmaşık yayılı yük olan elemanları da bir dizi basit elemanın birleşimi olarak ele alıp üzerinde yayılı yük olan elemanlarda yüklerin tekil kuvvet ve moment eşdeğerlerinin aralarda kabul edilen fiktif düğüm noktasına yükleyerek hesap yapılmaktadır.
7. Yapı sisteminin şekil değiştirmesi sırasında düğüm noktalarına etkiyen yüklerin doğrultularının değişmediği varsayılmaktadır.
8. Burulma yer değiştirmelerinden oluşan ikinci mertebe etkileri göz önüne alınmamaktadır.

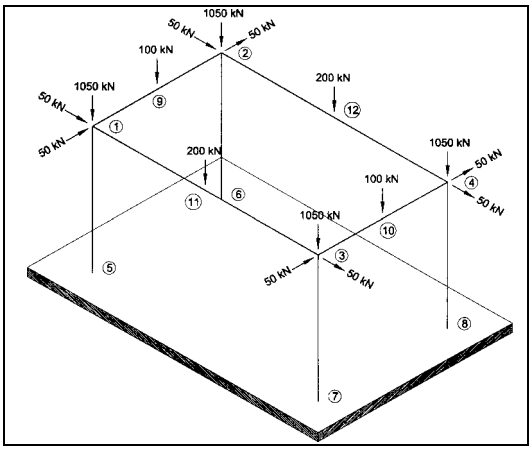
4. UZAY ÇERÇEVE ELEMANLARIN ÇÖZÜMLENMESİNDE İZLENEN YOL

Uzay çerçeve sistemlerin önerilen yöntem ile doğrusal olmayan çözümlenmesinde izlenen yol şu adımlardan oluşmaktadır.

- Giriş verileri okunur.
- Yük faktörü belirlenen aralıkta arttırılır.
- Yapı sistemini oluşturan çubuk elemanların eksenel kuvvetleri sıfır kabul edilir ($\rho = 0$ olduğundan ϕ fonksiyonları bire eşit olmakta ve rijitlik matrisi 1. Mertebe rijitlik matrisi haline gelmektedir). Yapı lineer elastik olarak çözülür.
- Elde edilen eksenel kuvvetler kullanılarak çubuk rijitlik matrisleri ϕ fonksiyonları yardımıyla yeniden oluşturulur.
- Her çubuk elemanın global rijitlik matrislerinden $\underline{K}$ sistem rijitlik matrisi kurulur. Eğer çubuk elemanların uçlarında plastik mafsal meydana gelmiş ise her mafsal için 3 satır ve sütun sistem rijitlik matrisine ilave edilir. Uzay çubuk elemanın i ucunda plastik mafsal oluşumu sonrası rijitlik matrisine eklenen terimler ve ekleme biçimleri Ek 2 ve Ek 3 de gösterilmiştir.
- Sistem rijitlik matrisinin determinantı hesaplanır. Determinant negatif ise işlem durdurulur, değilse işleme devam edilir.
- Akma koşulunu sağlayan ve uçlarında plastik mafsal meydana gelmiş çubukların, hafızada saklanmış plastik mafsal momentine eşit uç momentleri mafsal sayısı kadar $\underline{L}$ dış yük vektörüne ilave edilir. Yeni kurulan $\underline{L}$ dış yük vektörü λ yük faktörü ile çarpılır.
- Düğüm noktası denge denklemleri $\underline{L} = \underline{K}\,\underline{X}$ çözülerek $\underline{X}$ düğüm noktası yer değiştirmeleri ve mafsal dönmeleri bulunur.
- Bulunan $\underline{X}$ düğüm noktası yer değiştirmeleri ve mafsal dönmeleri ile $\underline{P}$ çubuk uç kuvvetleri ve mafsal momentleri hesaplanır.
- Çerçeve çubuk elemanlarının eksenel uç kuvvetleri hafızada saklanır.
- Hesaplanan bu eksenel kuvvetlerin önceki adımdaki eksenel kuvvetler ile arasındaki fark her bir çubuk eleman için bulunur. Fark öngörülen hata sınırı dahilinde oluncaya kadar iterasyon 4. adımdan itibaren tekrar edilir.
- Son iterasyon ile çubuk uç kuvvetleri belirlenmiştir. Eksenel kuvvet ve uç momentleri hafızada saklanır.
- Bulunan uç kuvvetleri ile her bir çubuk elemanı için akma koşulu kontrol edilir. Çubuk uçlarında plastik mafsal meydana gelmiş çubuk elemanlarının numarası ve plastik mafsal momentleri hafızada saklanır.
- Çözümleme λ dış yük faktörünün arttırılması ile 2. adımdan itibaren tekrarlanır.

5. SAYISAL ÖRNEK

Geliştirilen bilgisayar programı ile tek katlı, tek açıklıklı uzay çerçeve sistemin sabit düşey ve artan yatay yükler etkisinde ikinci mertebe teorisine göre elasto-plastik hesabı yapılarak göçme yükü belirlenecektir. Sistemi oluşturan çubukların en kesit karakteristikleri (Orakdöğen, 1994) tarafından yapılan çalışmada verilen bağıntılardan alınmıştır. Yapma kutu kesitlerinden oluşan çubuklarda b/d oranı kirişlerde 1/2, kolonlarda ise 1/1 olarak alınmıştır. İncelenen yapının geometrik özellikleri ve hesap yükleri Şekil 3'de, düğüm noktası koordinatları ve çubuk yerleşimi Tablo 1'de, kullanılan kesitlere ait özellikler de Tablo 2'de verilmektedir.



Şekil 3. Bir katlı uzay çerçevenin geometrik özellikleri ve hesap yükleri

Tablo 1. Düğüm Noktası Koordinatları ve Çubuk Yerleşimi

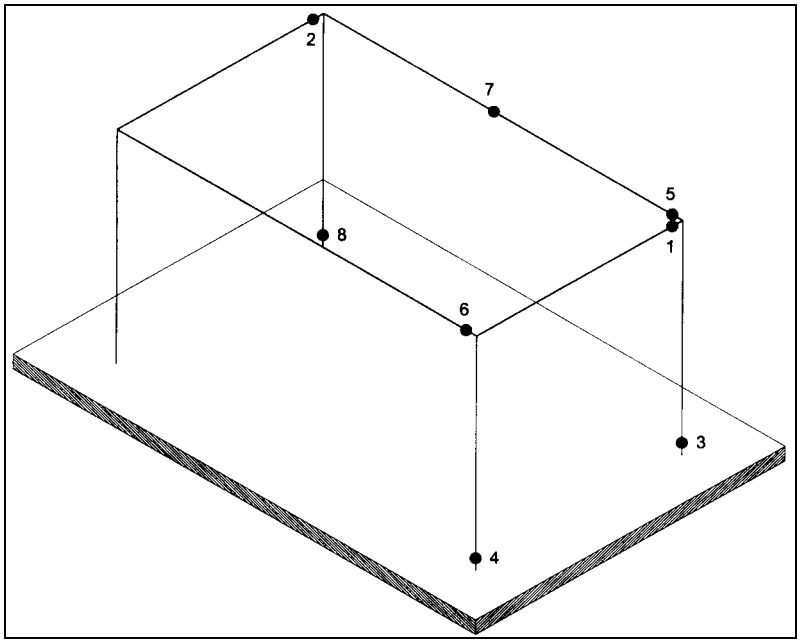
Düğüm No	X koord. (m)	Y koord (m)	Z koord (m)
1	0.0	8.0	0.0
2	0.0	8.0	-8.0
3	14.0	8.0	0.0
4	14.0	8.0	-8.0
5	0.0	0.0	0.0
6	0.0	0.0	-8.0
7	14.0	0.0	0.0
8	14.0	0.0	-8.0
9	0.0	8.0	-4.0
10	14.0	8.0	-4.0
11	7.0	8.0	0.0
12	7.0	8.0	-8.0

Çubuk No	i	j	Malz. No
1	1	9	1
2	9	2	1
3	3	10	1
4	10	4	1
5	5	1	3
6	6	2	3
7	7	3	3
8	8	4	3
9	1	11	2
10	11	3	2
11	2	12	2
12	12	4	2

Tablo 2. Kesit Özellikleri

Malzeme No	E (kN/m^2)	A (cm^2)	I_1 (cm^4)	I_2 (cm^4)	J (cm^4)	N_p (kN)	M_{px} (kNm)	M_{py} (kNm)	M_{pz} (kNm)
1	$2.1 * 10^8$	84.48	2833	11332	6780	2028	91.86	107.8	215.6
2	$2.1 * 10^8$	140.35	7818.2	31273	18712	3368	196.7	230.7	461.64
3	$2.1 * 10^8$	210.47	35166	35166	52603	5051	510.09	599.48	599.48

Sistemin sabit düşey ve artan yatay yükler etkisinde ikinci mertebe teorisine göre elasto-plastik hesabı yapılarak göçme yükü $\lambda = 0.99$ olarak bulunmuştur. Göçmeden önce meydana gelen 8 adet plastikleşen kesitin yerleri ve oluşum sırası Şekil 4'de gösterilmiştir. Plastik kesitlerin oluşum sırası, oluştukları çubuk ve yük faktörleri de ayrıca Tablo 3'de sunulmuştur.

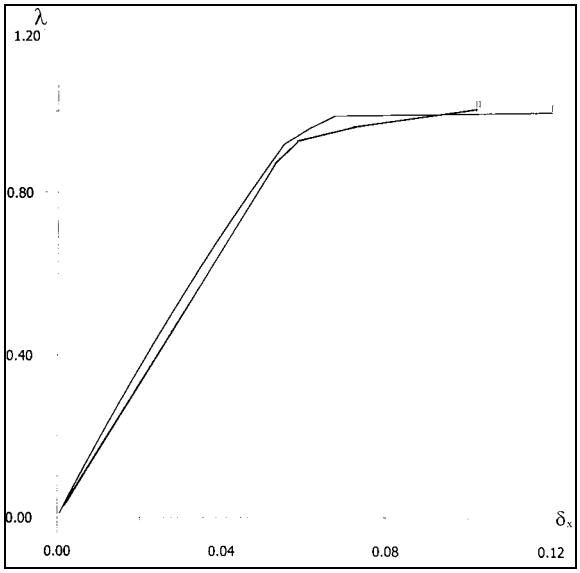


Şekil 4. Plastik kesit yerleri ve oluşum sırası

Tablo 3. Plastik Kesitlerin Oluşum Sırası, Oluştukları Çubuk ve Yük Faktörleri

Mafsal No	1	2	3	4	5	6	7	8
Çubuk No	4	2	8	7	12	10	11	6
Çubuk Ucu	j	j	i	i	j	j	J	i
λ	0.88	0.88	0.91	0.952	0.986	0.99	0.99	0.99

Geliştirilen programla yapılan analiz sonucu elde edilen yük faktörü – yatay yer değiştirme (λ-δ) eğrisi Şekil 5'de verilmiştir. Uzay çerçeve sisteminde ilk plastikleşen kesit yük faktörünün λ= 0.88 değeri için 4-2 nolu çubukların j uçlarında oluşmaktadır. (Orakdöğen, 1994) tarafından yapılan hesaplamalar sonucu bulunan göçme yükü değeri (λ= 1.00, II nolu eğri) ile yapılan çalışmada bulunan değer (I nolu eğri) arasındaki fark % 1 mertebesinde kalmaktadır.



(I): Yapılan çalışmadan elde edilen eğri
(II):(Orakdöğen, 1994) tarafından verilen eğri

Şekil 5. Yük Faktörü – Yatay Yer Değiştirme Eğrisi (λ-δ)

6. SONUÇ

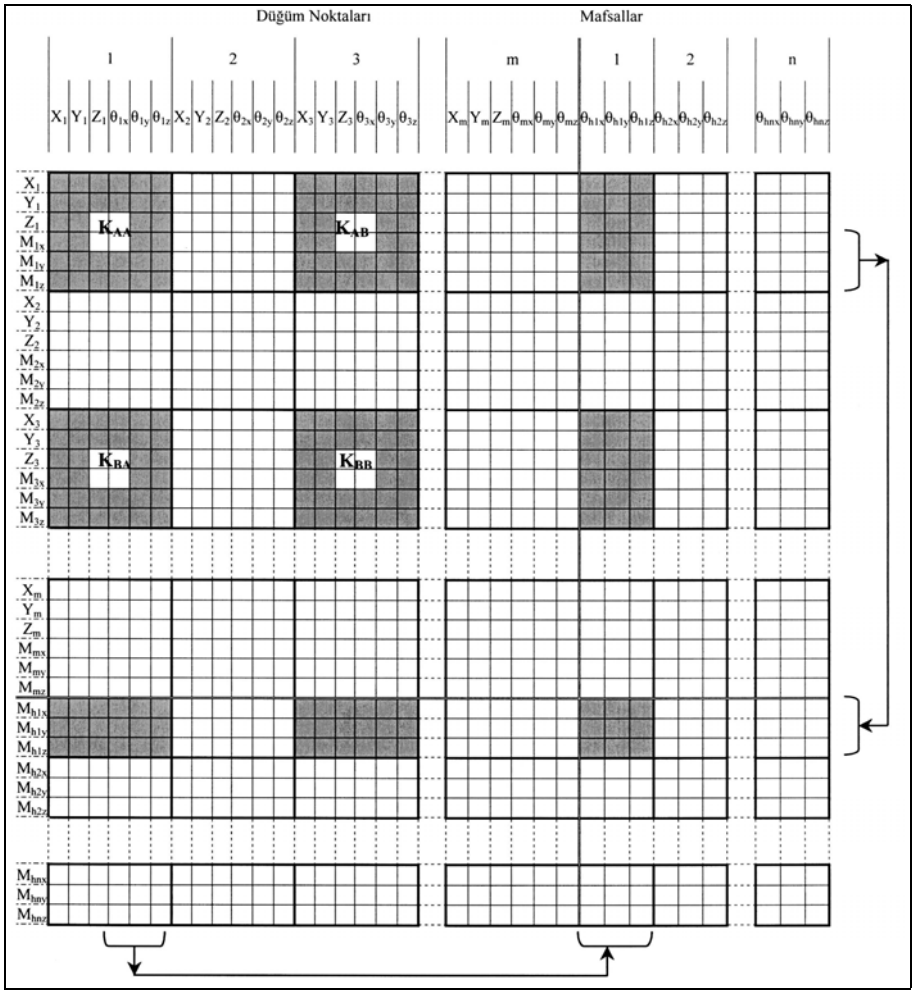
Günümüzde özellikle ülkemiz için en önemli konu haline gelen depremler, yapıların boyutlandırılmasında gerçek etkilerin ve davranışın göz önüne alınması gereğini ortaya çıkarmıştır. Yapılan çalışmada önerilen yöntemle geliştirilen bilgisayar programı ile yapı sistemlerinin göçme yükleri bulunmakta ve işletme yükü ile karşılaştırılması sonrası göçme güvenliği belirlenmektedir. Böylece yapılar göçme yüküne göre boyutlandırılarak yeteri bir güvenlik ve ekonomi sağlanmaktadır. Ayrıca artan yüklerin etkidiği uzay çerçeve sistemlerde yük- yer değiştirme diyagramları herhangi bir yük faktörüne veya göçmeye kadar çizilebilmektedir.

Yapılan çalışmada (Çoşgun, 2001) çözülen örneklerden elde edilen sonuçlar, şekillerde verilmiş ve literatürde mevcut sonuçlarla uyumlu olduğu görülmüştür. Geliştirilen program kullanılarak çözülen örneklerde plastik mafsalların kolonlarda da oluştuğu saptanmıştır. Bu durum boyutlandırma da kuvvetli kolon-zayıf kiriş yaklaşımının dikkate alınması gerektiğini bir kez daha ortaya çıkarmaktadır. Program, eşdeğer çubuk sisteminde sonlu elemanlarla idealleştirilebilen yüzeysel yapı sistemlerinin ikinci mertebe elasto-plastik hesabına uygulanacak şekilde genişletilmeye açıktır. Ayrıca daha sonradan yapılacak çalışmalar ile dinamik analiz opsiyonu ilave edilebilecektir. Yöntem özellikle çelik çerçeve sistemlere uygulanabilmektedir.

Ek 1: Notasyon

A = En kesit alanı
$\underline{A}$ = Deplasman dönüşüm matrisi
E = Elastisite modülü
I = Atalet momenti
$\underline{K}$ = Sistem rijitlik matrisi
$\underline{k}$ = Eleman rijitlik matrisi
$\underline{L}$ = Yük vektörü
l = Çubuk boyu
M = Eğilme momenti
M_y = Akma momenti
M_p = Plastik mafsal momenti
P = Eksenel kuvvet
$\underline{P}$ = Uç kuvvetleri vektörü
P_E = Euler yükü
$\underline{X}$ = Yer değiştirme matrisi
λ = Yük faktörü
θ_h = Plastik mafsal dönmesi

Ek 2. Plastik Mafsallı Sistem Rijitlik Matrisinin Şematik Görünümü



Ek 3. İ Ucunda Plastik Mafsal Oluşmuş Uzay Çubuk Elemanı İçin Rijitlik Matrisi

$\frac{EA}{L}$	0	0	0	0	0	$-\frac{EA}{L}$	0	0	0	0	0	0	0	0
0	$\frac{12EI_2}{L^3}\phi_{52}$	0	0	0	$\frac{6EI_2}{L^2}\phi_{22}$	0	$-\frac{12EI_2}{L^3}\phi_{52}$	0	0	0	$\frac{6EI_2}{L^2}\phi_{22}$	0	0	$\frac{6EI_2}{L^2}\phi_{22}$
0	0	$\frac{12EI_1}{L^3}\phi_{51}$	0	$-\frac{6EI_1}{L^2}\phi_{21}$	0	0	0	$-\frac{12EI_1}{L^3}\phi_{51}$	0	$-\frac{6EI_1}{L^2}\phi_{21}$	0	0	$-\frac{6EI_1}{L^2}\phi_{21}$	0
0	0	0	$\frac{GJ}{L}$	0	0	0	0	0	$-\frac{GJ}{L}$	0	0	$\frac{GJ}{L}$	0	0
0	0	$-\frac{6EI_1}{L^2}\phi_{21}$	0	$\frac{4EI_1}{L}\phi_{31}$	0	0	0	$\frac{6EI_1}{L^2}\phi_{21}$	0	$\frac{2EI_1}{L}\phi_{41}$	0	0	$\frac{4EI_1}{L}\phi_{31}$	0
0	$\frac{6EI_2}{L^2}\phi_{22}$	0	0	0	$\frac{4EI_2}{L}\phi_{32}$	0	$-\frac{6EI_2}{L^2}\phi_{22}$	0	0	0	$\frac{2EI_2}{L}\phi_{42}$	0	0	$\frac{4EI_2}{L}\phi_{32}$
$-\frac{EA}{L}$	0	0	0	0	0	$\frac{EA}{L}$	0	0	0	0	0	0	0	0
0	$-\frac{12EI_2}{L^3}\phi_{52}$	0	0	0	$-\frac{6EI_2}{L^2}\phi_{22}$	0	$\frac{12EI_2}{L^3}\phi_{52}$	0	0	0	$-\frac{6EI_2}{L^2}\phi_{22}$	0	0	$-\frac{6EI_2}{L^2}\phi_{22}$
0	0	$-\frac{12EI_1}{L^3}\phi_{51}$	0	$\frac{6EI_1}{L^2}\phi_{21}$	0	0	0	$\frac{12EI_1}{L^3}\phi_{51}$	0	$\frac{6EI_1}{L^2}\phi_{21}$	0	0	$\frac{6EI_1}{L^2}\phi_{21}$	0
0	0	0	$-\frac{GJ}{L}$	0	0	0	0	0	$\frac{GJ}{L}$	0	0	$-\frac{GJ}{L}$	0	0
0	0	$-\frac{6EI_1}{L^2}\phi_{21}$	0	$\frac{2EI_1}{L}\phi_{41}$	0	0	0	$\frac{6EI_1}{L^2}\phi_{21}$	0	$\frac{4EI_1}{L}\phi_{31}$	0	0	$\frac{2EI_1}{L}\phi_{41}$	0
0	$\frac{6EI_2}{L^2}\phi_{22}$	0	0	0	$\frac{2EI_2}{L}\phi_{42}$	0	$-\frac{6EI_2}{L^2}\phi_{22}$	0	0	0	$\frac{4EI_2}{L}\phi_{31}$	0	0	$\frac{2EI_2}{L}\phi_{42}$
0	0	0	$\frac{GJ}{L}$	0	0	0	0	0	$-\frac{GJ}{L}$	0	0	$\frac{GJ}{L}$	0	0
0	0	$-\frac{6EI_1}{L^2}\phi_{21}$	0	$\frac{4EI_1}{L}\phi_{31}$	0	0	0	$\frac{6EI_1}{L^2}\phi_{21}$	0	$\frac{2EI_1}{L}\phi_{41}$	0	0	$\frac{4EI_1}{L}\phi_{31}$	0
0	$\frac{6EI_2}{L^2}\phi_{22}$	0	0	0	$\frac{4EI_2}{L}\phi_{32}$	0	$-\frac{6EI_2}{L^2}\phi_{22}$	0	0	0	$\frac{2EI_2}{L}\phi_{42}$	0	0	$\frac{4EI_2}{L}\phi_{32}$

7. KAYNAKLAR

Çakıroğlu, A. ve Özer, E. 1980. Malzeme ve Geometri Değişimi Bakımından Lineer Olmayan Sistemler, Cilt 1, İ. T. Ü. Kütüphanesi, İstanbul.

Çelik, T. 1977. "Elastik- Plastic Analysis of Complete Structures with Shear Walls and Frames ", Ph. D. Thesis, Department of Civil Engineering Universitiy of Aston in Birmingham.

Çoşgun, T. 2001. "Plak, Perde, Çerçeve Ve Çekirdekten Oluşan Komple Yapı Sistemlerinin Nonlineer Çözümlemesi", Doktora Tezi, İ.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Girgin, K. 1996. "Betonarme Yapı Sistemlerinde İkinci Mertebe Limit Yükün ve Göçme Güvenliğinin Belirlenmesi İçin Bir Yük Artımı Yöntemi", Doktora Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Jennings, A. and Majid, K. I. 1965. "An Elastic-Plastic Analysis For Framed Structure Loaded up to Collapse", Structural Engineer, V.43.

Majid, K.I. 1972. Non-linear Structures, Butterworths, London.

Majid, K.I. 1978. Theory Of Structures with Matrix Notation", Butterworths, London.

Orakdöğen, E. 1994. "Uzay Çubuk Sistemlerde İkinci Mertebe Limit Yük İçin Yapı Ağırlığını Minimum Yapan Bir Boyutlandırma Yöntemi", Doktora Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.